

Fonction exponentielle en double précision étendue avec arrondi correct (stage L3)

Encadrant. Paul Zimmermann (INRIA Nancy - Grand Est).

Contexte. Le standard IEEE 754 définit ce qu'on appelle l'« arrondi correct ». Étant donné une fonction mathématique f et un nombre flottant x , l'arrondi correct de $f(x)$ est le nombre flottant y le plus proche de $f(x)$ selon le mode d'arrondi donné (au plus proche, vers zéro, vers $-\infty$ ou vers $+\infty$). Si le standard IEEE 754 impose l'arrondi correct pour les quatre opérations arithmétiques de base (addition, soustraction, multiplication, division) et la racine carrée, il ne fait que le recommander pour les fonctions mathématiques (\exp , \sin , pow , ...) Les bibliothèques mathématiques couramment utilisées ne garantissent pas l'arrondi correct [2]. Le projet CORE-MATH [5, 3] vise à produire des implantations avec arrondi correct, en vue d'une intégration dans ces bibliothèques mathématiques.

Objectif du stage. L'objectif du stage est d'inventer un algorithme efficace calculant l'arrondi correct pour la fonction exponentielle en double précision étendue, et d'implanter cet algorithme en langage C. Le format double précision étendue (`long double` sur machine `x86_64`) comprend une mantisse sur 64 bits, et un exposant allant de -16384 à $+16384$ approximativement. Une première étape sera le calcul des pires cas de la fonction exponentielle en double précision étendue, à savoir les nombres flottants x tels que $f(x)$ calculé en précision infinie comporte beaucoup de 0 ou 1 consécutifs après les premiers 64 bits. On comparera ensuite différentes techniques de réduction d'argument, notamment celles décrites dans [4] et [1]. Enfin, on utilisera la bibliothèque Sollya pour trouver un polynôme minimax optimal pour approcher $\exp(x)$ pour x petit. Une implantation en C sera effectuée dans le cadre de CORE-MATH (<https://core-math.gitlabpages.inria.fr/>).

Prérequis. Ce stage nécessite de solides connaissances mathématiques, ainsi qu'une bonne maîtrise du langage C.

Références

- [1] DARAMY, C., DEFOUR, D., DE DINECHIN, F., AND MULLER, J.-M. CR-LIBM : The evaluation of the exponential. Research Report LIP RR-2003-37, Laboratoire de l'informatique du parallélisme, July 2003.
- [2] GLADMAN, B., INNOCENTE, V., AND ZIMMERMANN, P. Accuracy of mathematical functions in single, double, extended double and quadruple precision. <https://members.loria.fr/PZimmermann/papers/accuracy.pdf>, 2023. Version of September 21, 24 pages.
- [3] HUBRECHT, T., JEANNEROD, C.-P., AND ZIMMERMANN, P. Towards a correctly-rounded and fast power function in binary64 arithmetic. This is the extended version of an article published in the proceedings of ARITH 2023., July 2023.
- [4] MARKSTEAIN, P. *IA-64 and Elementary Functions*. Hewlett-Packard Professional Books, 2000.
- [5] SIBIDANOV, A., ZIMMERMANN, P., AND GLONDU, S. The CORE-MATH Project. In *ARITH 2022 - 29th IEEE Symposium on Computer Arithmetic* (virtual, France, Sept. 2022). <https://hal.inria.fr/hal-03721525>.